BACCALAURÉAT TECHNOLOGIQUE

TECHNIQUES DE LA MUSIQUE ET DE LA DANSE

SESSION 2016

Épreuve du **MERCREDI 15 JUIN 2016**

MATHÉMATIQUES

NOTE IMPORTANTE

Dès que le sujet de l'épreuve vous est remis, assurez-vous qu'il est complet comme l'indique le cartouche situé en bas de page, en vérifiant le nombre de documents en votre possession.

S'il est incomplet, demandez immédiatement aux surveillants les documents qui vous manquent.

L'usage des instruments de calcul et de dessin est autorisé selon les termes de la **circulaire 99-186 du 16 novembre 1999 :**

Le matériel autorisé comprend toutes les calculatrices de poche y compris les calculatrices programmables, alphanumériques ou à écran graphique à condition que leur fonctionnement soit autonome et qu'il ne soit pas fait usage d'imprimante.

Les échanges de machines entre candidats, la consultation des notices fournies par les constructeurs ainsi que les échanges d'informations par l'intermédiaire des fonctions de transmission des calculatrices ***sont interdits****.*

Conformément à la note de service n°2005-173 du 2 novembre 2005, il n'y a pas de formulaire pour cette épreuve.

Une feuille de papier millimétré sera mise à la disposition des candidats.

LE CANDIDAT TRAITERA TROIS EXERCICES :

- **OBLIGATOIREMENT L'EXERCICE 1**
- **OBLIGATOIREMENT L'EXERCICE 2**
- **AU CHOIX L'EXERCICE 3 OU L'EXERCICE 4**

LE CANDIDAT INDIQUERA CLAIREMENT SON CHOIX SUR LA COPIE.

LA PAGE 6 EST UNE ANNEXE A RENDRE AVEC LA COPIE.

EXERCICE 1 (7 points)

Les élèves musiciens d'un lycée ont la possibilité de suivre trois activités différentes :

- le *marching-band* qui est une sorte de fanfare très populaire où des élèves jouent d'un instrument en marchant en rythme ou en dansant ;
- la chorale du lycée ;
- l'orchestre du lycée.

On ne s'intéresse dans cet exercice qu'aux élèves musiciens de ce lycée.
Une étude montre que :

- chaque élève n'est inscrit qu'à l'une de ces trois activités ;
- $\frac{2}{5}$ de ces élèves sont des garçons parmi lesquels $\frac{1}{10}$ sont inscrits à la chorale et $\frac{2}{5}$ à l'orchestre ;
- les élèves filles, quant à elles, se répartissent de la façon suivante : $\frac{1}{6}$ sont inscrites à l'activité *marching-band* et $\frac{1}{3}$ à la chorale.

On choisit au hasard un élève musicien de ce lycée. Tous les élèves ont la même probabilité d'être choisis.
On considère les événements suivants :

G : « l'élève est un garçon » ; F : « l'élève est une fille » ;
M : « l'élève est inscrit au *marching-band* » ; C : « l'élève est inscrit à la chorale » ;
O : « l'élève est inscrit à l'orchestre » ;

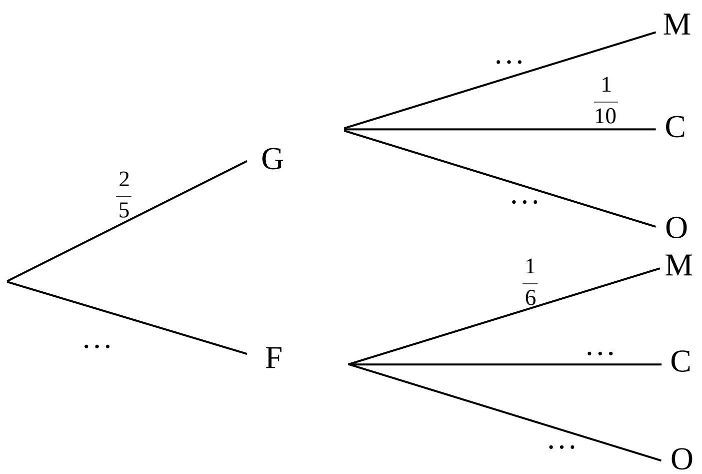
On notera : $p(\mathrm{A})$ la probabilité d'un événement A ;

$p_{\mathrm{B}}(\mathrm{A})$ la probabilité d'un événement A sachant qu'un événement B est réalisé.

Les résultats des probabilités seront donnés sous forme de fractions.

1. Calculer la probabilité $p(\mathrm{F})$ de l'événement F.

2. Reproduire et compléter l'arbre de probabilités modélisant la situation étudiée :



3. Traduire l'événement $\mathrm{G} \cap \mathrm{C}$ par une phrase puis calculer sa probabilité $p(\mathrm{G} \cap \mathrm{C})$.

4. Prouver que la probabilité $p(\mathrm{C})$ est égale à $\frac{6}{25}$.

5. Calculer la probabilité $p_{\mathrm{C}}(\mathrm{G})$.

6. Calculer la probabilité que l'élève choisi soit une fille sachant qu'il fait partie de la chorale.

EXERCICE 2 (6 points)

Le niveau sonore $N(I)$, exprimé en décibels (dB), d'un son d'intensité acoustique I est donné par la formule :

$$N(I) = 10\log\left(\frac{I}{I_0}\right),$$

où I_0 correspond à la plus petite intensité perceptible par l'oreille humaine et où $\log$ désigne le logarithme décimal.

On rappelle que, pour tous nombres réels strictement positifs a et b :

$$\log(ab) = \log a + \log b \quad \text{et} \quad \log\left(\frac{a}{b}\right) = \log a - \log b.$$

1. L'intensité I d'une sonnerie de téléphone est telle que $I = I_0 \times 10^7$.
Calculer le niveau sonore correspondant, exprimé en décibels.

2. Pour l'oreille humaine, le seuil de la douleur est situé à 130 dB. Pour un tel son, donner l'expression de l'intensité acoustique en fonction de I_0.

3. **a.** On considère deux sons d'intensités acoustiques I_1 et I_2.

Démontrer que : $N(I_2) - N(I_1) = 10 \log\left(\frac{I_2}{I_1}\right)$.

On pourra utiliser ce résultat pour répondre aux deux questions suivantes.

b. Démontrer que si on double l'intensité acoustique d'un son, alors son niveau sonore augmente d'environ 3 dB.

c. Des bouchons antibruit permettent une atténuation du niveau sonore de 20 dB.
On appelle I_e l'intensité du son émis et I_p l'intensité du son perçu avec les bouchons.
Démontrer que $I_e = 100\, I_p$.

EXERCICE 3 (7 points) Enseignement obligatoire (au choix)

On désigne par I l'intervalle $\left[\frac{1}{2};4\right]$.

On désigne par ln la fonction logarithme népérien.

On note e le nombre réel tel que $\ln(\mathrm{e})=1$.

On considère la fonction f définie sur l'intervalle I par :

$$f(x)=\frac{\ln(x)}{x}.$$

On appelle $\mathcal{C}$ la courbe représentative de la fonction f dans un repère orthogonal $\left(\mathrm{O};\vec{i},\vec{j}\right)$.

1. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f.

a. Montrer que, pour tout réel x de l'intervalle I, $f'(x)=\frac{1-\ln(x)}{x^2}$.

b. Sur l'intervalle I, résoudre l'équation $1-\ln(x)=0$, puis résoudre l'inéquation $1-\ln(x)>0$.

c. En déduire le signe de $f'(x)$ pour tout réel x de l'intervalle I. Dresser le tableau de variation de la fonction f, en faisant apparaître la valeur exacte du maximum.

2. a. La courbe $\mathcal{C}$ possède une tangente parallèle à l'axe des abscisses en un point A. Donner les coordonnées de ce point A.

b. On appelle B le point de la courbe $\mathcal{C}$ d'abscisse 1. On appelle $\mathcal{D}$ la tangente à la courbe $\mathcal{C}$ au point B.
Déterminer l'équation réduite de la droite $\mathcal{D}$.

3. Reproduire et compléter le tableau de valeurs ci-dessous. On donnera des valeurs approchées arrondies au centième.

x	0,5	1	1,5	2	e	3,5	4
$f(x)$							

4. En prenant comme unités graphiques : 4 cm sur l'axe des abscisses et 8 cm sur l'axe des ordonnées, construire dans le repère $\left(\mathrm{O};\vec{i},\vec{j}\right)$ la courbe $\mathcal{C}$ ainsi que la tangente $\mathcal{D}$. Utiliser le papier millimétré fourni.

EXERCICE 4 (7 points)   Enseignement renforcé (au choix)

On désigne par I l'intervalle $\left[-\frac{5}{2};5\right]$.

On considère la fonction f, définie sur l'intervalle I, par :

$$f(x)=\frac{x+2}{\mathrm{e}^x}$$

où e^x représente l'exponentielle du nombre réel x.

Sur la feuille annexe (page 6/6) **<u>à rendre avec la copie</u>**, on a tracé la courbe $\mathcal{C}$ dans un repère orthonormal $\left(\mathrm{O};\vec{i},\vec{j}\right)$ d'unité graphique 2 centimètres.

1. Calculer les valeurs exactes des nombres réels $f(-1)$ et $f(1)$.

2. Résoudre l'équation $f(x)=0$ sur l'intervalle I. Interpréter graphiquement le résultat.

3. On désigne par f' la fonction dérivée de la fonction f sur l'intervalle I.

a. Démontrer que, pour tout réel x de l'intervalle I,

$$f'(x)=\frac{-x-1}{\mathrm{e}^x}.$$

b. Étudier le signe de $f'(x)$ pour tout réel x de l'intervalle I.

En déduire le tableau de variation de la fonction f sur l'intervalle I.

4. On considère la fonction F définie sur l'intervalle I, par :

$$F(x)=\frac{-x-3}{\mathrm{e}^x}.$$

a. Démontrer que la fonction F est une primitive de la fonction f sur l'intervalle I.

b. Calculer la valeur exacte de l'intégrale :

$$\int_{-2}^{0} f(t)\,\mathrm{d}t .$$

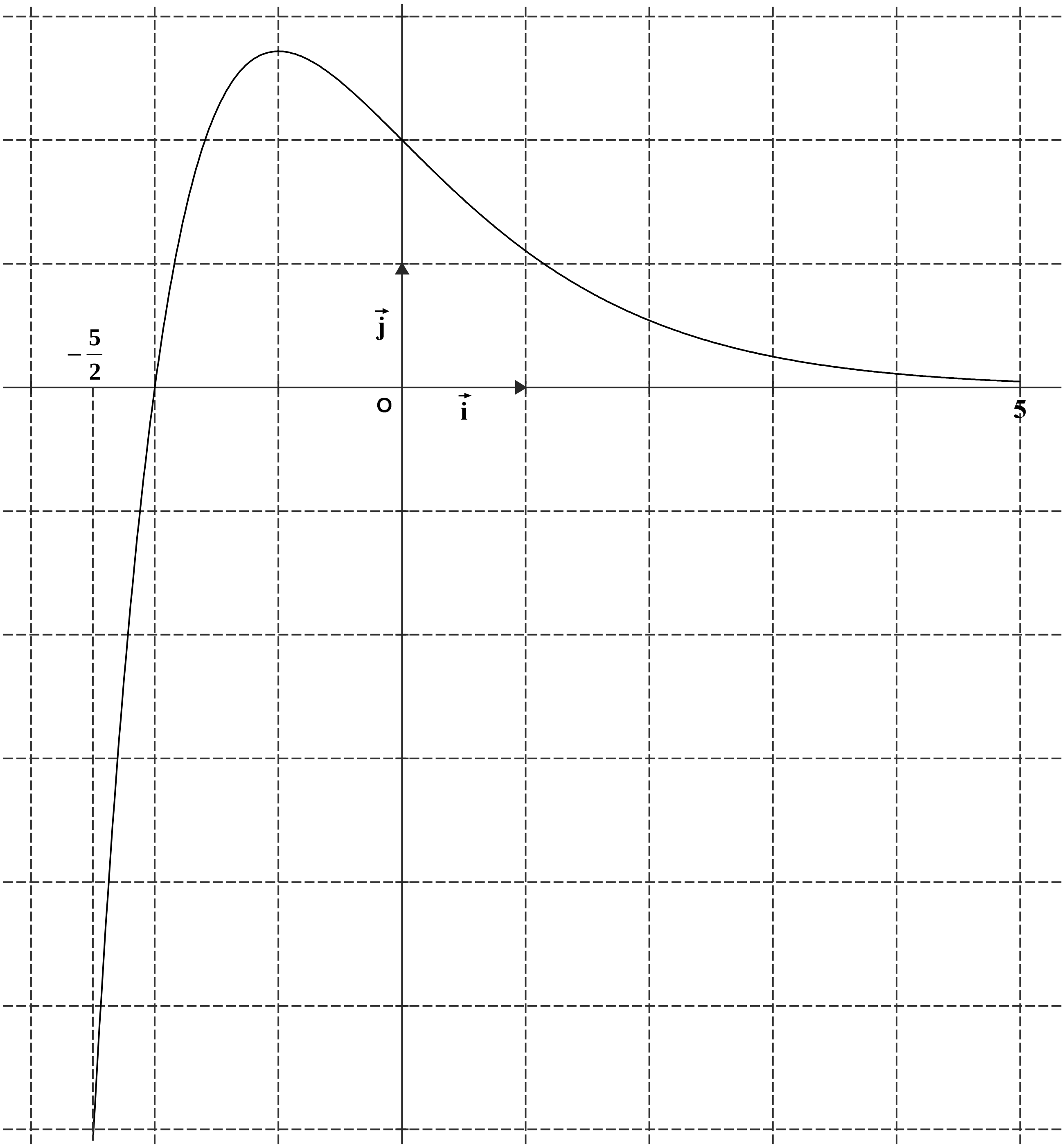
c. On considère la partie du plan délimitée d'une part par l'axe des ordonnées et la droite d'équation $x=-2$, d'autre part par l'axe des abscisses et la courbe $\mathcal{C}$, et contenant le point de coordonnées $(-1,1)$.

Hachurer cette partie du plan sur la feuille annexe (page 6/6) **<u>à rendre avec la copie</u>**.

d. Soit A la mesure, en cm^2, de l'aire de cette partie du plan.

Déterminer la valeur exacte puis la valeur arrondie au dixième de la mesure A.

ANNEXE DE L'EXERCICE 4 p. 5/6
(<u>à rendre avec la copie</u>)



Rappel : $\left(O;\vec{i},\vec{j}\right)$ est un repère orthonormal d'unité 2 cm.